EXERCICE N°1 : 20' 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient les points A(-1,1,1), B(1,-1,0), C(1,1,2) et D(3,3,-1).

1) a) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire l'aire du triangle ABC.

b) Vérifier qu'une équation du plan (ABC) est : $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

2) Montrer que ABCD est un tétraèdre et calculer son volume.

3) Soient H et H' les projetés orthogonaux du point D resp sur le plan (ABC) et sur la droite (AB).

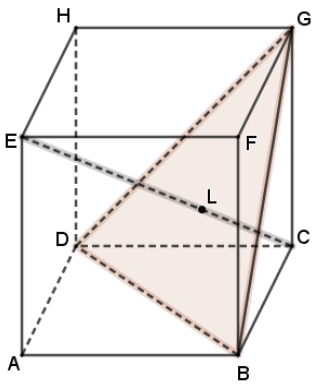
a) Sans calculer les coordonnées de H et H', calculer les distances DH, DH' et HH'.

b) Montrer que H a pour coordonnées $\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$.

4) Soit M un point quelconque de la droite (AB). Déterminer la distance DM en fonction du paramètre α de la droite (AB) et retrouver alors la distance DH'.

EXERCICE N°2 : 30' 6 points

ABCDEFGH est un cube d'arête. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1) a) Déterminer les composantes de $\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BG}$.

b) En déduire une équation cartésienne du plan (EBG).

c) Vérifier que la droite (EC) est perpendiculaire au plan (BGD).

2) Soit le point K(0 , 2 , 1).

a) Montrer que DBGK est un parallélogramme.

b) Calculer le volume du pyramide EDBGK.

3) A tout réel de [0,1] on associe le point $M(\alpha, \alpha, 1-\alpha)$.

a) Montrer que M est un point de [EC].

b) Vérifier que $d(M,(BD)) = \sqrt{3\alpha^2 - 4\alpha + \frac{3}{2}}$.

c) Déterminer α pour que d(M,(BD)) soit minimale. Soit L le point associé à cette valeur de α.

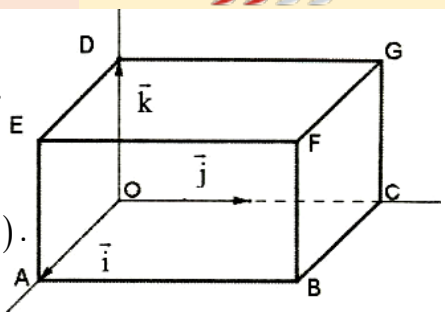
d) Vérifier que L est centre de gravité de BGD.

e) Déduire que (EC) est l'axe du cercle circonscrit au triangle BDG.

EXERCICE N°3 : 20' 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

OABCDEFG est un parallélépipède tel que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$; $\overrightarrow{OC} = 2\vec{j}$ et $\overrightarrow{OD} = \vec{k}$.



1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{DA} \wedge \overrightarrow{DF}$.

b) Calculer l'aire du triangle DAF .

2) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(\alpha , 2\alpha , \alpha)$.

a) Vérifier que M décrit la droite (OF) privée du point F

b) Montrer que M n'appartient pas au plan (DAF).

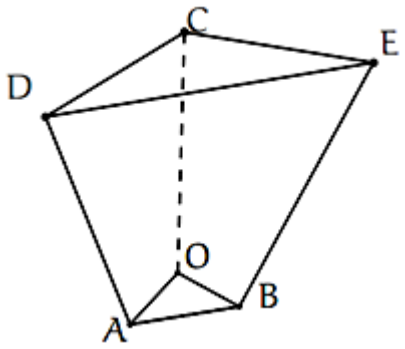
3) Soit V le volume du tétraèdre MDAF et H le projeté orthogonal de M sur (DAF).

Exprimer V en fonction de α En déduire la distance MH en fonction de α.

Tél : +216 29 862 229 / +216 29 862 464 - Email : contact@takiacademy.com

EXERCICE N°4 : 25' 5 points

Dans la figure ci-contre, on donne le prisme à base triangulaire OABCDE, on suppose que l'espace est rapporté au repère ON direct $\left(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}\right)$. On suppose de plus que $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{OB}$.



1) Déterminer les coordonnées de chacun des points D et E.

2) a) Déterminer une représentation paramétrique de chacun des droites (AD) et (BE).

b) Déduire que les droites (AD) et (BE) se coupent en I(0,0,-1)

c) Justifier que les points O, C et I sont alignés

3) Calculer le volume de chacun des tétraèdre IOAB et ICDE puis déduire celui du prisme OABCDE.

4) Soit (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 1 = 0$.

a) Montrer que (S) est une sphère de centre I et passant par A.

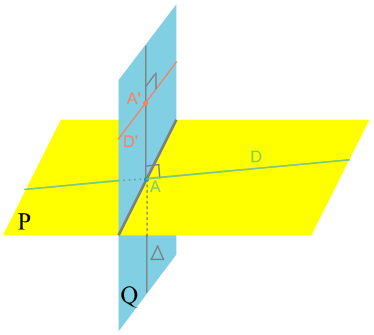
b) Déterminer l'intersection de (S) et le plan (OAB).

EXERCICE N°5 : 30' 5 points

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace ξ.

D et D' désignent deux droites définies par :

$$D : \begin{cases} x - z - 1 = 0. \\ 2z - y + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{et} \quad D' : \begin{cases} x = -4 + 2\beta \\ y = \beta \\ z = 3 \end{cases} \quad (\beta \in IR).$$



1) a) Donner une représentation paramétrique de la droite D.

b) Montrer que les droites D et D' ne sont pas coplanaires.

2) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P contenant D et parallèle à D' est :

$x - 2y + 3z + 1 = 0$.

b) En déduire un vecteur directeur de la perpendiculaire commune Δ aux droites D et D'.

3) Montrer qu'une équation cartésienne du plan Q contenant D' et perpendiculaire à P est :

$3x - 6y - 5z + 27 = 0$.

4) a) Calculer les coordonnés du point d'intersection A de D et Q.

b) La droite Δ qui passe par A coupé D' en A'. Calculer les coordonnés de A'.

c) Calculer la distance AA' appelée distance des droites D et D'.

5) Retrouver la distance des droites D et D'.